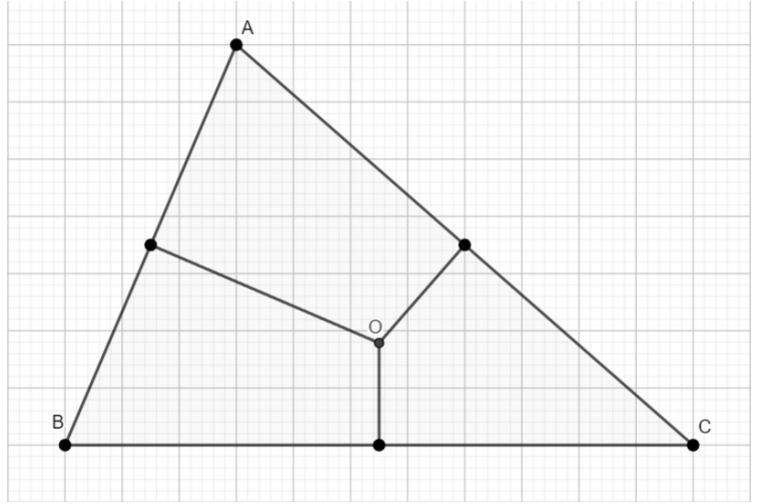


Droites Remarquables

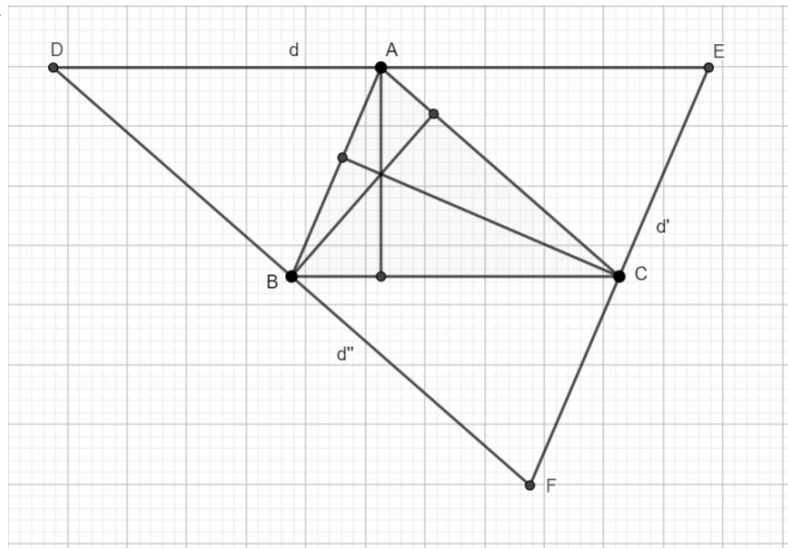
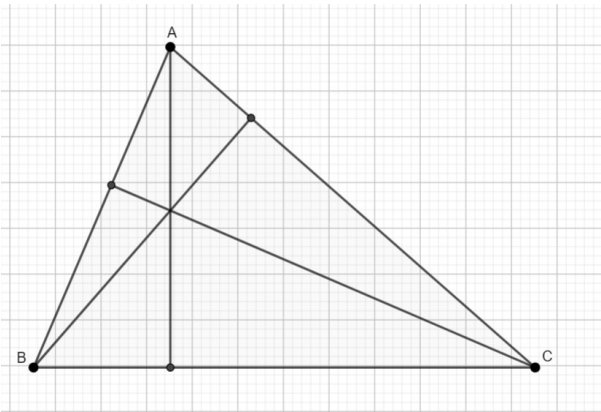
Exercice 1 : Médiatrices et hauteurs

- 1a)** En raisonnant par l'absurde, montrer que deux médiatrices d'un triangle ABC (non plat) sont sécantes.
b) Montrer que les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes.

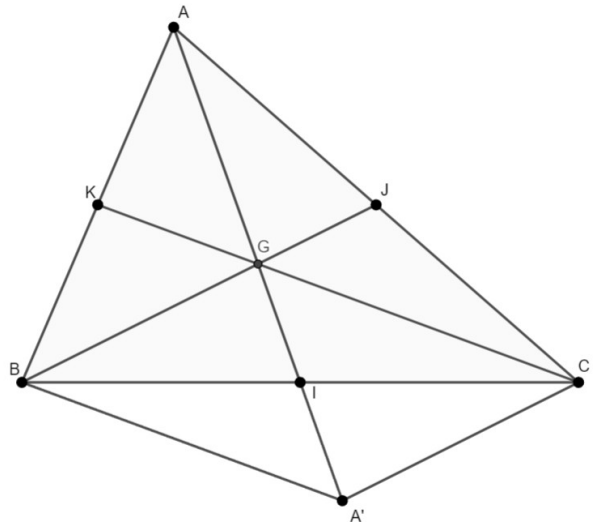
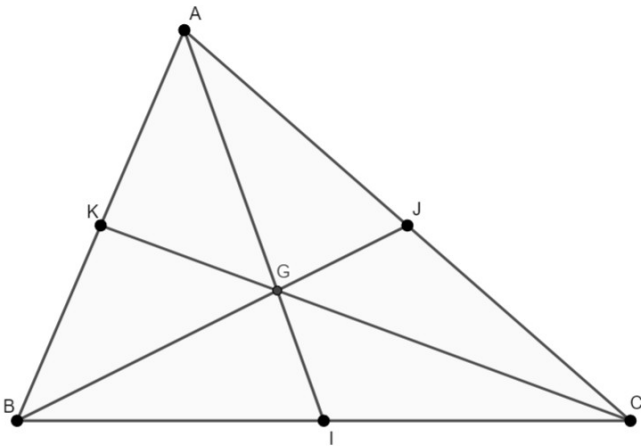


- 2)** Soit (d) la droite parallèle à (BC) passant par A .
 Soit (d') la droite parallèle à (AC) passant par B .
 (d'') la droite parallèle à (AB) passant par C .
 Soit D le point d'intersection de (d) et (d') , E le point d'intersection de (d) et (d'') et F le point d'intersection de (d') et (d'') .

- a)** Montrer que les trois hauteurs du triangle ABC sont les trois médiatrices du triangle DEF .
b) En déduire que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.



- 3)** On admet que les droites (BJ) et (CK) se coupent en un point G et on note A' le symétrique de A par rapport à G .



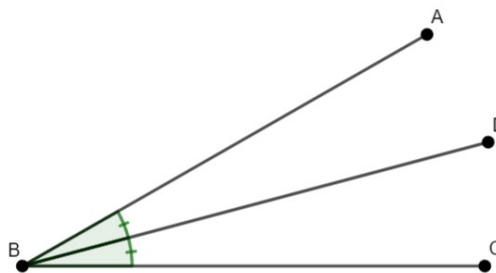
- a)** Montrer que le point G appartient à (AI) .

b) On admet que G appartient à [AI], [BJ] et [CK].

Montrer que :

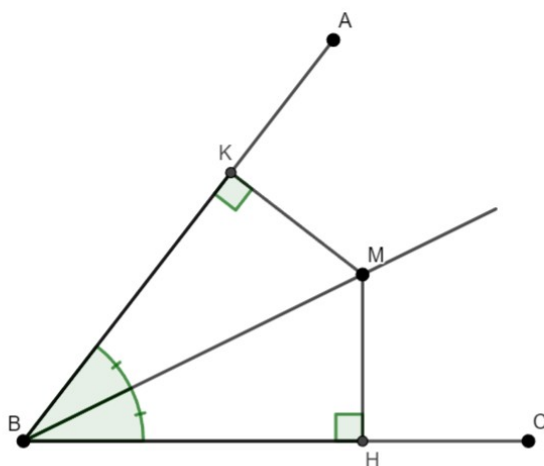
$$AG = \frac{2}{3}AI, \quad BG = \frac{2}{3}BJ \quad \text{et} \quad CG = \frac{2}{3}CK$$

Exercice 2 : Bissectrices



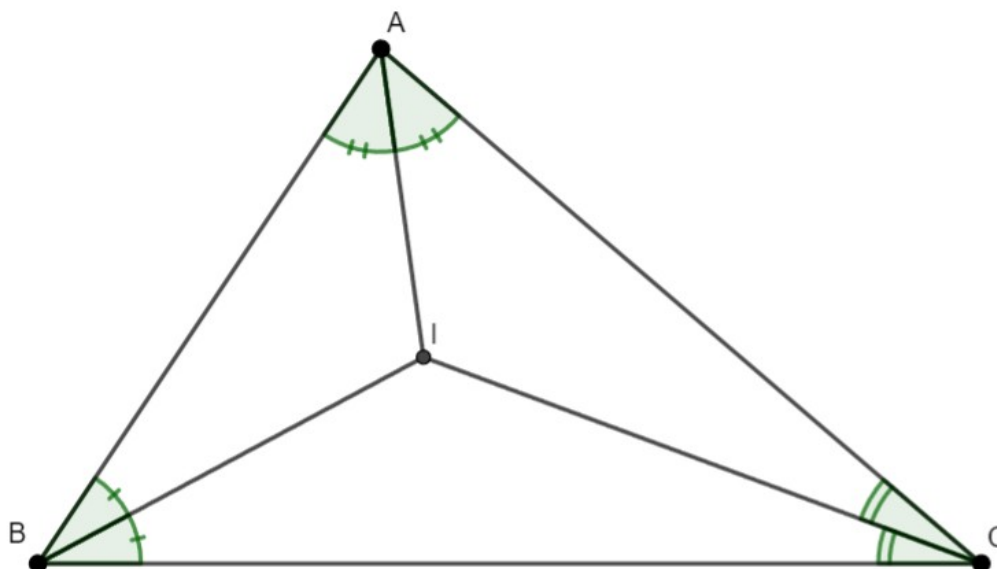
1a) Soit M un point du plan, H le projeté orthogonal du point M sur la demi droite [BC) et K le projeté orthogonal du point M sur la demi droite [BA).

Montrer que le point M appartient à la bissectrice de l'angle ABC si et seulement si MH=MK.



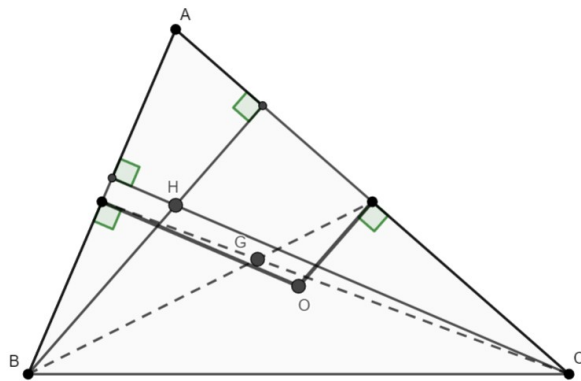
b) On admet que deux bissectrices d'un triangle sont sécantes en un point I.

Montrer que les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes.



Exercice 3 : La Droite d'Euler

Soit ABC un triangle, O le centre du cercle circonscrit, G le centre de gravité et H son orthocentre.



1) Si ABC est un triangle équilatéral. Que peut-on dire de O , G et H ?

2) Si ABC est un triangle rectangle, montrer que O , G et H sont alignés.

3) Supposons que le triangle ABC est non équilatéral, non rectangle et non isocèle en A . On appelle D le symétrique du point A par rapport au point O .

a) Montrer que $[HD]$ et $[BC]$ ont le même milieu.

b) Montrer que le point G est le centre de gravité du triangle ADH .

c) En déduire que les trois points O , G et H sont alignés.

