

12 : Droites et systèmes

Exercice 1

Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{array}{lll}
 1. \begin{cases} 3x - 7y = -9 \\ 5x + 2y = 26 \end{cases} & 2. \begin{cases} 6x - y = -17 \\ -x + 5y = 27 \end{cases} & 3. \begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{5}y = \frac{2}{3} \\ \frac{5}{2}x + 3y = 4 \end{cases} \\
 4. \begin{cases} 2x - 3y = -7 \\ -4x + 6y = 3 \end{cases} & 5. \begin{cases} x + y = 33 \\ x^2 - y^2 = 165 \end{cases} &
 \end{array}$$

Exercice 2

1. Résoudre le système : $\begin{cases} 10x + 35y = 15 \\ 14x + 49y = 21 \end{cases}$.

2. Que peut-on dire des droites d_1 et d_2 d'équations respectives $10x + 35y = 15$ et $14x + 49y = 21$?

Exercice 3

1. Résoudre le système : $\begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ -x + 5y = -7 \end{cases}$.

2. En déduire la résolution du système : $\begin{cases} 3a^2 - \frac{4}{b+1} = 10 \\ -a^2 + \frac{5}{b+1} = -7 \end{cases}$

On pourra poser $a^2 = x$ et $\frac{1}{b+1} = y$

Exercice 4

Déterminer deux nombres entiers naturels tels que leur somme vaut 154, et leur quotient vaut $\frac{8}{3}$.

Exercice 5

Au marché, Moshé vend des bouteilles d'un litre de lait entier à 2,10€ et des fromages à 5,50€ l'unité.

À la fin de la journée, Moshé est ravi d'avoir tout vendu et encaissé 223€.

Mais, très étourdi, il a oublié de noter le nombre de bouteilles de lait et le nombre de fromages qu'il a vendus.

Il se souvient qu'il est arrivé au marché avec 56 articles.

Moshé peut-il savoir combien de bouteilles de lait et combien de fromages a-t-il vendu ?

Exercice 6

Au centre aéré, les enfants mangent dans un réfectoire.

Si l'on place neuf enfants par table, il manque trois places et si l'on place dix enfants par table, il reste cinq places vides.

Déterminer le nombre d'enfants accueillis au centre aéré et le nombre de tables du réfectoire.

Exercice 7

Une chaloupe à moteur met 3 heures pour remonter une rivière sur une distance de 45 km et 1 heure et 48 minutes pour redescendre cette rivière sur la même distance.

On appellera V_1 la vitesse de la chaloupe et V_2 la vitesse du courant de la rivière.

1. Montrer que $1\text{ h }48 = 1,8\text{ h}$.

2. Déterminer la vitesse de la chaloupe ainsi que celle du courant en km/h.

Exercice 8

Un rectangle de longueur L et de largeur l (exprimées en m) est tel que :

- * si on diminue de 80 m sa longueur et si on augmente de 40 m sa largeur, il devient un carré.
- * Si on diminue sa longueur de 60 m et si on augmente sa largeur de 20 m, son aire diminue de 400 m^2 .

Déterminer les dimensions de ce rectangle.

Exercice 9

On considère deux droites d_1 et d_2 telles que :

- * d_1 a pour équation $-4x + 3y + 1 = 0$.
- * d_2 passe par le point $A(0; -1)$ et a pour pente 2.

1. Démontrer que les droites d_1 et d_2 sont sécantes.

2. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

Exercice 10

Soit d_1 la droite passant par les points $A(-2;1)$ et $B(2;2)$.

Soit d_2 la droite de vecteur directeur $\vec{u}(-3;1)$ et passant par le point $C(3;2)$.

1. Démontrer que les droites d_1 et d_2 sont sécantes.
2. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

Exercice 11

Soit les points $A(3;6)$ et $B(-1;2)$, et d la droite d'équation : $-2x - y = 1$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
2. Justifier que A et B n'appartiennent pas à d .
3. Déterminer une équation de chacune des droites d_1 et d_2 parallèles à d et passant respectivement par A et B .

Justifier que les droites (AB) et d sont sécantes, et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.