

Chapitre 7 - Lois discrètes

Exercices

Exercice 1 :

On considère la variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,04	0,25	p	0,03	0,11	0,15

- | | |
|---|--|
| <p>1) Calculer p.</p> <p>2) Donner $P(X = 5)$</p> <p>3) Calculer $P(X > 2)$</p> <p>4) Calculer $P(X \leq 4)$</p> | <p>5) Calculer $P(X \geq 4)$</p> <p>6) Calculer $P(X < 6)$</p> <p>7) Calculer l'espérance de X.</p> <p>8) Calculer l'écart-type de X.</p> |
|---|--|

Exercice 2 :

Dans chaque situation ci-dessous, si la loi de X est une loi uniforme ou une loi de Bernoulli, donner la loi de probabilité de X et indiquer son espérance et son écart-type :

- 1) Une urne contient 20 jetons numérotés de 1 à 20. On tire un jeton au hasard et on note X son numéro.
- 2) Une urne contient 20 jetons rouges et 30 jetons verts. On tire un jeton au hasard et on reçoit 1 point si ce jeton est vert et 0 sinon. On note X le nombre de points obtenus.
- 3) On lance trois fois de suite une pièce parfaitement équilibrée et on note X le nombre de fois où l'on a obtenu pile.
- 4) On lance un dé parfaitement équilibré. La variable aléatoire X vaut 1 si on obtient un multiple de 3 et 0 sinon.
- 5) Un jeu de Uno contient entre autres 19 cartes bleues. Ces cartes sont numérotées de 0 à 9 : chaque carte apparaît deux fois sauf le 0 qui n'apparaît qu'une fois. On tire une carte de Uno bleue au hasard et on note X son numéro.
- 6) On lance un dé tétraédrique (4 face numérotée de 1 à 4) parfaitement équilibré et on note X le score obtenu.

Exercice 3 :

On dispose d'une pièce truquée. La probabilité d'obtenir pile est de 0,2.

On lance cette pièce trois fois de suite, et on note X le nombre de fois où on a obtenu pile. Donner la loi de probabilité de X sous forme d'un tableau. On pourra s'aider d'un arbre.

Exercice 4 :

Calculer les coefficients binomiaux ci-dessous :

- 1) $\binom{5}{3}$
- 2) $\binom{42}{10}$
- 3) $\binom{15}{6}$
- 4) $\binom{23}{8}$
- 5) $\binom{4}{1}$

Exercice 5 :

Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,78$.
Calculer avec la calculatrice :

- 1) $P(X = 80)$
- 2) $P(X \leq 72)$
- 3) $P(X \leq 79)$
- 4) $P(X < 75)$
- 5) $P(X > 78)$
- 6) $P(73 < X \leq 81)$

Exercice 6 :

- 1) Dans une population donnée, la proportion de végétariens est de 12%. On suppose cette population assez grande pour pouvoir assimiler le tirage de plusieurs personnes dans cette population à un tirage avec remise.
On choisit 250 personnes au hasard dans cette population, et on note X le nombre de végétariens.
 - a) Donner la loi de X en précisant ses paramètres.
 - b) Donner $E(X)$ et interpréter le résultat.
 - c) Une cantine servant 250 repas à des personnes issues de cette population prévoit 32 repas végétariens. Quelle est la probabilité que ce nombre ne soit pas suffisant ?
- 2) On considère un jeu à gratter. La probabilité de gagner à ce jeu est de 0,1. On choisit au hasard 1000 personnes ayant joué à ce jeu, et on note X le nombre de gagnants.
 - a) Donner la loi de X .
 - b) Donner $E(X)$ et interpréter le résultat.
 - c) Déterminer la probabilité qu'il y ait plus de 100 gagnants.
 - d) Déterminer la probabilité qu'il y ait moins de 85 gagnants.