01 : Le second degré

Exercice 1

Déterminer la forme canonique des trinômes et indiquer leurs racines.

1. $2x^2+7x+6$ **2.** $-4x^2+4x-1$ **3.** x^2-6x-7

4. x^2-5x+7 **5.** $x^2+50x+625$

Exercice 2

1. Résoudre les équations suivantes :

a. $5x^2+2x-7=0$ **b.** $x(3x-5)=2$ **c.** $(x-1)(x+2)=1-x(x-6)$

2. Résoudre les équations suivantes :

a. $(x+1)^2=x+3$ **b.** $x+\dfrac{1}{x}=2$ **c.** $\dfrac{1}{x-1}=2x$ **d.** $x(4-x)=1$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes, sachant que pour certaines, il faut changer la variable :

1. $x^4-29x^2+100=0$ **2.** $3x^4-4x^2+1=0$ **3.** $\sqrt{2x-1}=1-2x$

4. $x-5\sqrt{x}+6=0$ **5.** $\sqrt{x^2-8}=2x-5$

Exercice 4

1. Vérifier que $5-2\sqrt{6}=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

2. Résoudre l'équation : $-x^2+\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)x-\sqrt{6}=0$

Exercice 5

1. Résoudre les systèmes suivants :

a. $\begin{cases} x+y=20 \\ xy=64 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} x+y=22 \\ xy=121 \end{cases}$ **c.** $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-1 \end{cases}$ **d.** $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6} \\ xy=6 \end{cases}$

2. Existe-t-il un rectangle dont le périmètre est 40 m et l'aire 40 m^2 ?

Exercice 6

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $-5x(3-x)\le 0$ **2.** $8x^2+x>0$ **3.** $x^2-6x+5\le 0$

4. $x^2-12x+32>0$ **5.** $2(x+1)^2-3x\ge 3$ **6.** $3x+\dfrac{1}{2x}\le\dfrac{5}{2}$

Exercice 7

Soit la fonction polynôme P définie sur $\mathbb{R}$ par : $P(x) = -3x^2 - 9x + 84$.

1. Déterminer les racines de P et factoriser $P(x)$.

2. Donner $P(x)$ sous forme canonique.

3. Déterminer le signe de P.

4. a. Donner les coordonnées du point d'intersection de la courbe de P et de l'axe des ordonnées.

b. Donner les coordonnées du point d'intersection de la courbe de P et de l'axe des abscisses.

Exercice 8

Soit $m \in \mathbb{R}$. On considère l'équation suivante : $(m-1)x^2 - 4mx + 4m - 1 = 0$

1. Pour quelle valeur de m cette équation est-elle du second degré ?

2. On suppose $m \neq 1$. Pour quelle valeur de m l'équation d'inconnue x admet-elle :

a. Une unique solution ?

b. Deux solutions distinctes ?

Exercice 9

1. Déterminer $m \in \mathbb{R}$ pour que l'équation définie sur $\mathbb{R}$ par $mx^2 - 2(m-1)x + 3m + 2 = 0$ admette -1 comme solution.
Que peut-on alors dire de cette équation ?

2. Faire de même pour que cette équation admette 1 pour solution. Déterminer alors l'autre solution.

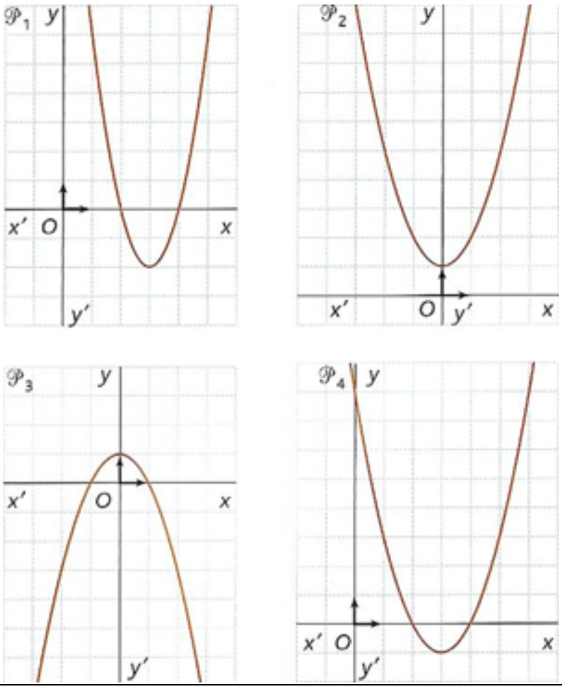
Exercice 10

Voici quatre paraboles P_1, P_2, P_3 et P_4 et quatre équations (A), (B), (C) et (D):

$(A): y = x^2 - 6x + 8$ $\qquad$ $(B): y = 2(x-2)(x-4)$

$(C): y = x^2 + 1$ $\qquad$ $(D): y = 1 - x^2$.

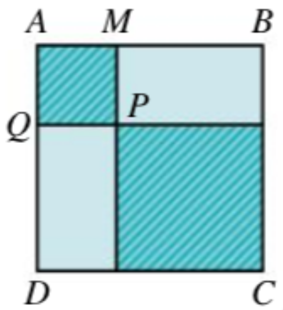
Retrouver l'équation de chacune de ces paraboles parmi *A*, *B*, *C* ou *D*.



Exercice 11

ABCD est un carré de côté 4.

M est un point de $[AB]$, on construit les points *P* et *Q* tels que *AMPQ* soit un carré.



Où placer le point *M* pour que l'aire hachurée soit égale à 10 ?

Exercice 12

On considère le polynôme : $P(x) = -3x^3 + 11x^2 + 24x - 20$.

1. Montrer que -2 est une racine de *P*.

2. Déterminer alors les réels *a*, *b* et *c* tels que : $P(x) = (x+2)(ax^2 + bx + c)$.

3. Résoudre $P(x) = 0$.

Exercice 13

$(O;\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthonormal du plan.

On désigne par *P* la courbe représentative de la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = \frac{1}{2}x(4-x)$.

H est la courbe représentative de la fonction *g* définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par : $g(x) = \frac{x-4}{x-3}$.

Déterminer algébriquement les coordonnées des points d'intersection des courbes *P* et *H*.

Exercice 14

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x + 1$

Soit *P* la parabole représentant *f*.

1. a. Dresser le tableau de variation de *f*.

b. Discuter, suivant les valeurs de *m*, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.

2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de *P* et de l'axe des abscisses.

3. Pour tout réel *p*, on considère la droite D_p d'équation $y = x - p$.

Déterminer le nombre de points d'intersection de D_p et de *P* suivant les valeurs de *p*.

4. Pour tout réel *q*, on considère la droite Δ_q d'équation $y = qx$.

Déterminer pour quelles valeurs de *q* la parabole *P* et la droite Δ_q ne se coupent pas.