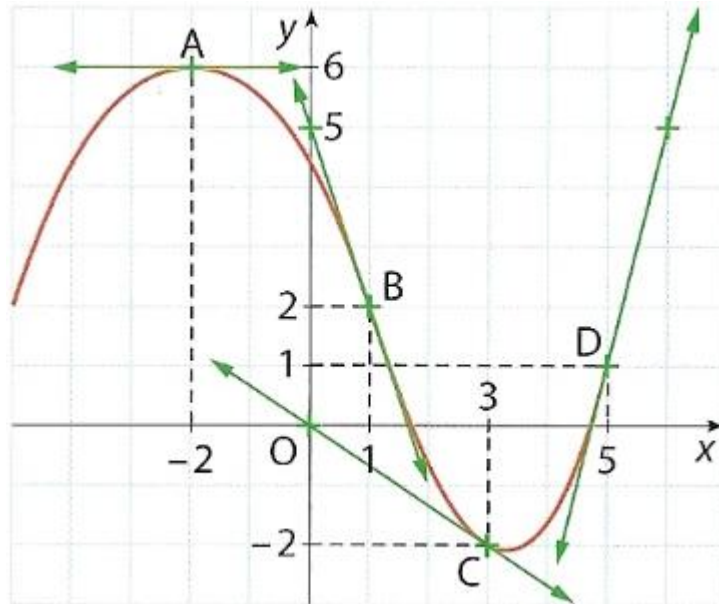


**03 : Nombres dérivés**

**Exercice 1**

$f$  est une fonction définie est dérivable sur  $[-5;6]$ . On donne sa courbe  $C_f$  représentative :



Par lecture graphique, déterminer :

1. a.  $f(-2)$ ,  $f(1)$ ,  $f(3)$  et  $f(5)$ .

b.  $f'(-2)$ ,  $f'(1)$ ,  $f'(3)$  et  $f'(5)$ .

2. Construire le tableau de variation de  $f$ .

3. Déterminer une équation de la tangente à  $C_f$  aux points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ .

**Exercice 2**

*Les 2 questions sont indépendantes.*

1. Un mobile se déplace sur une droite. On note  $d(t)$  distance parcourue à l'instant  $t$ .

On suppose que  $d(t) = 2t^2 + t$  ( $t$  en seconde,  $d(t)$  en mètre).

Quelle est la vitesse instantanée de ce mobile à l'instant  $t = 1$  ?

2. Le coût de production de  $x$  objets pour une certaine entreprise est, en milliers d'euros :

$$C(x) = 200 + 15x - 0,02x^2.$$

Calculer le coût marginal pour  $x = 10$ .

### Exercice 3

1. Déterminer le nombre dérivé de  $f$  en  $a$  :

a.  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  en  $a = 5$

b.  $f(x) = \sqrt{x+3}$  en  $a = 1$

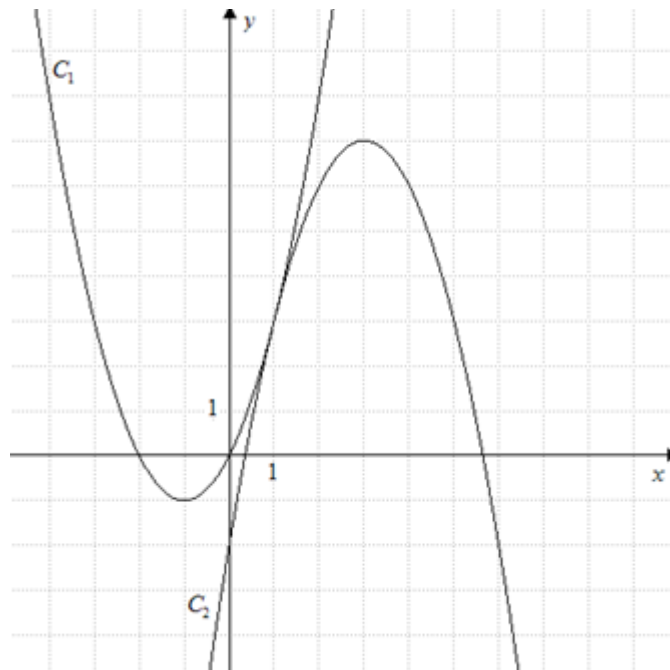
c.  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$  en  $a = -1$

2. Déterminer une équation de la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse  $a$  pour chacun des cas.

### Exercice 4

$C_1$  et  $C_2$  sont les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par

$f(x) = -x^2 + 6x - 2$  et  $g(x) = x^2 + 2x$ .



1. Attribuer à chaque fonction sa courbe.

2. Démontrer que ces courbes ont un unique point commun.

3. Démontrer qu'en ce point, les deux courbes ont une tangente commune.

### Exercice 5

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$  et  $C_f$  sa courbe représentative.

On souhaite démontrer que la fonction  $f$  est dérivable en tout réel  $a$ .

Pour cela, on considère  $a$  un réel quelconque et  $h$  un réel non nul.

1. Montrer que le taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $a+h$  est égal à  $\tau(h) = 4a - 5 + 2h$ .
2. En déduire que  $f$  est dérivable en  $a$  et préciser la valeur de  $f'(a)$ .
3. Calculer alors les valeurs de  $f'(1)$  et  $f'(3)$ .
4. Déterminer l'équation des tangentes à  $C_f$  aux points d'abscisses 1 et 3.

### Exercice 6

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{1}{x}$  et  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(O, I, J)$ . Soit  $A$  le point de  $C_f$  d'abscisse  $a > 0$ .

1. a. Quelles sont les coordonnées de  $A$  ?  
b. Déterminer une équation de la tangente  $T$  à  $C_f$  au point  $A$ , en fonction de  $a$ .
2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de  $T$  avec les axes du repère. On appelle  $B$  le point d'intersection de  $T$  avec  $(Ox)$  et  $C$  le point d'intersection de  $T$  avec  $(Oy)$ .
3. Déterminer les coordonnées du milieu du segment  $[BC]$ . Que constate-t-on ?
4. Calculer l'aire du triangle  $OBC$ . Que remarque-t-on ?

### Exercice 7

$P$  est la parabole d'équation  $y = 2x^2 - 5x - 3$ .  $d$  est la droite d'équation  $y = x + p$ .

1. Pour quelle valeur de  $p$ , la parabole  $P$  et la droite  $d$  ont elles un seul point commun  $A$ .
2. Démontrer que dans ce cas  $d$  est tangente à  $P$ .

### Exercice 8

$f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - 4x + 1$ .  $A$  est le point de la courbe  $C_f$  représentative de  $f$  d'abscisse 0.

1. Quel est le point  $B$  de la courbe  $C_f$  en lequel la tangente a pour coefficient directeur 6.
2. Quelles sont les coordonnées du point  $D$  de  $C_f$  en lequel la tangente est parallèle à la droite  $(AB)$ .