1 Résoudre une Équation

Définition 1. *Une **équation** est une égalité entre deux membres dont au moins l'un des deux fait intervenir au moins une **inconnue**.*

Exemple(s) 1.
$3x - 5 = 1$; $2x + 1 = -x + 7$; $4xy = 12$

Définition 2. ***Résoudre** une équation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue (ou des inconnues) pour lesquelles l'égalité est vraie.*

Pour y arriver, on effectue des opérations sur les membres.

Les quantités changent mais en même temps et de la même manière. Ainsi **on préserve l'égalité** entre les nouvelles quantités.

A chaque fois, on veille à bien effectuer exactement les même opérations sur les **deux** membres de l'équation.

L'objectif est d'**isoler** x pour avoir $x = ...$.

Propriété 1. *Les règles à respecter sont :*

- *Ajouter ou soustraire le même nombre aux deux membres.*
- *Multiplier ou diviser les deux membres par le même nombre.*
- *Ne pas diviser par 0 et ne pas diviser par x (car on risquerait de diviser par 0) .*

Exemple(s) 2. *Résolvons :* $2x + 1 = -x + 7$

On ajoute x aux deux membres pour "le faire disparaître" du membre de droite en l'annulant (On aura alors isolé x d'un seul côté).

$2x + 1 + x = -x + 7 + x$ *(Ainsi, on a $-x + x = 0$)*

On réduit pour avoir :
$3x + 1 = 7$

On soustrait 1 aux deux membres pour isoler un peu plus x :

$3x + 1 - 1 = 7 - 1$ *(Comme on enlève 1 aux deux membres, les quantités évoluent de la même manière et donc restent égales)*

$3x = 6$ *(Il ne reste plus qu'à diviser par 3 des deux côtés)*

$\frac{3 \times x}{3} = \frac{6}{3}$ *(on peut alors simplifier)*

$1x = 2$

C'est à dire : $x = 2$

2 *est la seule solution qui vérifie l'égalité* $2x + 1 = -x + 7$

2 Équation Produit Nul

2.1 Notion d'équation produit nul

Définition 3. *Une* ***équation produit nul*** *est une équation où l'un des membres est un produit et l'autre vaut* 0

Exemple(s) 3. $(2x-1)(x+5)=0$

Pour résoudre ces équations on utilise la propriété suivante :

Propriété 2. *Un produit est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.*

Exemple(s) 4. *Résolvons* $(2x-1)(x+5)=0$

Un produit est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
Par conséquent :

Ou bien : $2x-1=0$ *ou bien :* $x+5=0$.

Après résolutions de ces deux équations on conclut que les solutions de l'équation $(2x-1)(x+5)=0$ *sont* $x=0.5$ *et* $x=-5$.

2.2 Identités Remarquables

Pour résoudre certaines équations d'apparence compliquées, il est souvent opportun de reconnaître des identités remarquables afin de se ramener à une équation produit nul.

Exemple(s) 5. *Résolvons :*
$31x^2+4(8x-2)=6x^2+32x+1$

Commençons par développer, réduire et isoler les x *à gauche pour y voir plus clair.*

$31x^2+32x-8=6x^2+32x+1$

$31x^2-6x^2+32x-32x-8=6x^2-6x^2+32x-32x+1$

$25x^2-8=1$ *(Ici, on commence à voir l'équation produit nul)*

$25x^2-9=0$ *(On remarque que c'est du* a^2-b^2*)*

Ce qui donne :
$(5x-3)(5x+3)=0$

Un produit est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
Ce qui donne :

$5x-3=0$ *ou bien* $5x+3=0$

On résout et on trouve que les solutions sont $x=\frac{3}{5}$ *et* $x=-\frac{3}{5}$